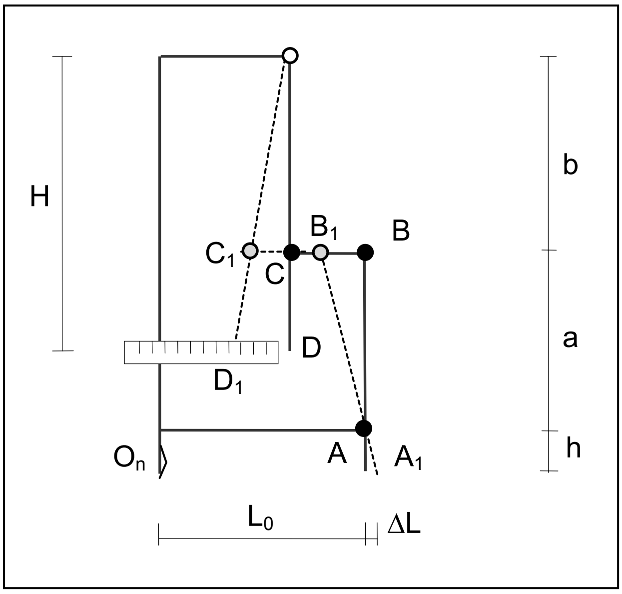
1. Idea pomiarów tensometrycznych (łac. *tensus* = napięty + gr. *metréô* = mierzę)

* metody tensometryczne (MT) są podstawowym sposobem określania naprężeń w punktach na powierzchni konstrukcji
* MT opierają się na pomiarze przemieszczeń na wybranym odcinku pomiarowym zwanym bazą pomiarową o dług. L_0, za pomocą urządzeń zwanych tensometrami
* pomiar przemieszczenia Δl, określenie przemieszczenia względnego $\Delta l / L_0 = \varepsilon$ (odkształcenie liniowe na kierunku mierzonego przemieszczenia), obliczenie naprężenia w oparciu o przyjęty związek fizyczny (np. równanie Hooke'a)
* baza tensometru powinna być jak najkrótsza, aby mierzone wartości uśrednione na długości bazy były jak najbliższe wartości lokalnych w danym punkcie konstrukcji.

2. Typy tensometrów (ang. *strain gauges*)

* mechaniczne (tensometr Huggenbergera, t. zegarowe)
* ekstensometry (mechaniczno-elektryczno-fotooptyczne)
* czujniki elektooporowe
* indukcyjne
* optyczne

3. Tensometr Huggenbergera



$$\frac{\Delta L}{BB_1} = \frac{h}{a} \qquad \frac{DD_1}{CC_1} \cong \frac{H}{b}$$

$$\Delta L = \frac{h}{a}\frac{b}{H} DD_1 = \frac{bh}{aH} DD_1 = i\, DD_1$$

i = przełożenie

$$DD_1 \overset{def}{=} s = nR$$

R = przemieszczenie jednostkowe

$$\frac{\Delta L}{L_0} = i\frac{s}{L_0} \qquad \Rightarrow \qquad \varepsilon = \frac{s}{L_0} i = \frac{nR}{L_0} i$$

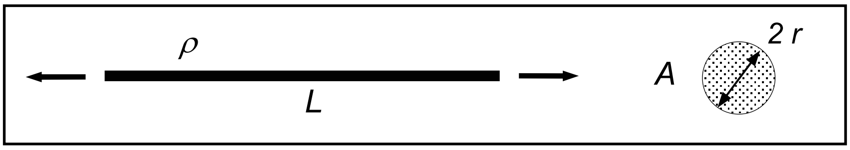
* **Przykład:** baza tensometru L_0 = 5 mm, przełożenie i = 1/2000. Zdolność odczytu (najmniejsze odkształcenie jakie można odczytać na tensometrze, odkształcenie odpowiadające jednostkowemu przemieszczeniu n R = 1mm) wynosi:

$$\varepsilon = \frac{1}{L_0} i = \frac{1}{5}\frac{1}{2000} = 10^{-4}$$

maksymalna zdolność odczytu wynosi 5×10^{-6}.

4. Zasada pomiaru przemieszczeń poprzez pomiar zmian oporu elektrycznego.

* drut elektrooporowy - drut o średnicy ~0.025 mm, charakteryzujący się liniową zależnością zmiany oporu od odkształcenia



$$R = \rho \frac{L}{A} = \rho \frac{L}{\pi r^2}$$

$$dR = \rho \left(\frac{dL}{\pi r^2} - \frac{2L}{\pi} \frac{1}{r^3} dr \right)$$ różniczka zupełna

$$\Delta R = \rho \left(\frac{\Delta L}{\pi r^2} - \frac{2L}{\pi} \frac{\Delta r}{r^3} \right)$$ / : R różnica skończona

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\rho A}{\rho L} \left(\frac{\Delta L}{\pi r^2} - \frac{2L}{\pi} \frac{\Delta r}{r^3} \right)$$

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\pi r^2}{L \pi r^2} \left(\Delta L - 2L \frac{\Delta r}{r} \right)$$

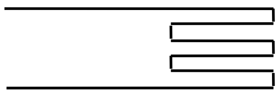
$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta L}{L} - 2 \frac{\Delta r}{r}$$

dla drutu rozciąganego $\varepsilon_y = -\nu \varepsilon_x$

dla drutu rozciąganego o przekroju kołowym $\frac{\Delta r}{r} \Big/ \frac{\Delta L}{L} = -\nu$

$$\frac{\Delta R}{R} = (1 + 2\nu)\, \varepsilon$$

* względna zmiana oporu drutu jest wprost proporcjonalna do jego odkształcenia liniowego
* czujnik elektrooporowy - czujnik zbudowany z drutu elektrooporowego, odpowiednio ukształtowanego w celu uzyskania jak największej dokładności odczytu zmian oporu



$$\frac{\Delta R}{R} = k\, \varepsilon \qquad k = 1.6 \div 3.6$$

4.1. Wymagania stawiane drutowi elektrooporowemu

* liniowa zależność między zmianą oporu, a przemieszczeniem
* wysoki współczynnik czułości (stała tensometryczna) *k*
* wysoka oporność właściwa pozwalająca budować czujniki o małych wymiarach
* niski współczynnik termicznej zmiany oporności

4.2. Wymagania stawiane czujnikowi elektrooporowemu

* dobra przewodność cieplna (dobre odprowadzenie z czujnika ciepła wytworzonego przez płynący prąd)
* niewrażliwość na odkształcenia poprzeczne do kierunku odkształceń mierzonych
* wysoka oporność izolacji

4.3. Zalety czujników elektrooporowych

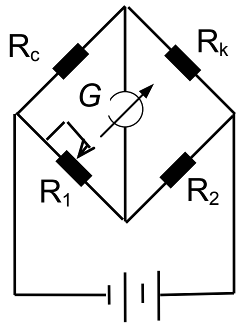
* duża dokładność
* możliwość stosowania w miejscach trudnodostępnych
* rozłączność czujnika i układu rejestrującego
* możliwość pomiarów statycznych i dynamicznych

4.4. Wady czujników elektrooporowych

* podatność na wpływy temperatury i wilgoci
* duża cena czujników (czujniki raz naklejone nie mogą być usunięte i ponownie użyte)
* rozłączność czujnika i układu rejestrującego - zdalny pomiar
* kosztowne badania (kwalifikowana obsługa)

5. Układ pomiarowy w pomiarach tensometrycznych

* zmiany oporności czujnika mierzy się w układzie mostka Wheatstone'a



R_c - opór czynny

R_k - opór kompensacyjny

R_1 - opór wewnętrzny regulowany

R_2 - opór wewnętrzny

* warunek zrównoważenia mostka (brak przepływu prądu przez galwanometr)

$$R_1\, R_k = R_2\, R_c$$

* czujnik kompensacyjny służy do kompensacji wpływu zmiany oporu przy zmianie temperatury o ΔT. Jest on identyczny jak czujnik czynny, ale jest nalepiony na nieobciążonej części konstrukcji (lub oddzielnie)

5.1. Układ kompensacyjny

$$\Delta R_c = k\, R_c\, \varepsilon \quad + \quad \Delta R_{cT}$$

$$\Delta R_k = \Delta R_{kT}$$

$$\Delta R = \Delta R_c - \Delta R_k = k\, R_c\, \varepsilon + \Delta R_{cT} - \Delta R_{kT}$$

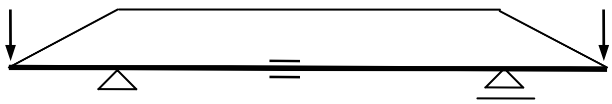
$$R_{cT} = R_{kT}$$

$$\Delta R = k\, R_c\, \varepsilon$$

$$\varepsilon = \frac{1}{k}\frac{\Delta R}{R_c}$$

5.2. Układ samokompensacyjny

* w przypadku belek o przekroju posiadającym oś symetrii prostopadłą do płaszczyzny obciążenia, poddanych prostemu zginaniu, można umieścić dwa czujniki czynne na przeciwległych włóknach skrajnych



$$\Delta R_c = k_c\, R_c\, \varepsilon_g + \Delta R_{cT} \qquad ; \; \Delta R_k = k_k\, R_k \left(-\varepsilon_g\right) + \Delta R_{kT}$$

$$\Delta R = \Delta R_c - \Delta R_k = k_c\, R_c\, \varepsilon_g + \Delta R_{cT} + k_k\, R_k\, \varepsilon_g - \Delta R_{kT}$$

$$R_c = R_k = R \qquad k_c = k_k = k \qquad \Delta R_{cT} = \Delta R_{kT}$$

$$\Delta R = 2\, k\, R\, \varepsilon_g$$

$$\boxed{\frac{\Delta R}{R} = 2\, k\, \varepsilon_g}$$

* mostek wykazuje w ukł. samokompensacyjnym odkszt. **dwa razy większe** niż rzeczywiste.

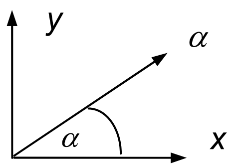
6. Zastosowanie tensometrii elektrooporowej do doświadczalnej analizy naprężeń w płaskim stanie naprężenia.

Problem : Wyznaczyć naprężenia główne w dowolnym punkcie na powierzchni konstrukcji płaskiej

* na powierzchni ciała zawsze panuje płaski stan naprężenia

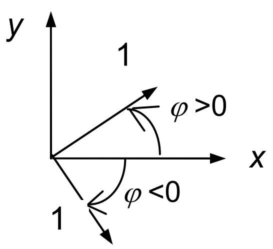
$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2}\left(\varepsilon_x + \nu\,\varepsilon_y\right) \quad ; \quad \sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2}\left(\varepsilon_y + \nu\,\varepsilon_x\right) \quad ; \quad \tau_{xy} = \frac{E}{1+\nu}\,\varepsilon_{xy}$$

* w celu wyznaczenia składowych tensora naprężenia należy znać odkształcenia ε_x, ε_y i ε_{xy}. Można je wyznaczyć znając odkształcenia w 3 dowolnych znanych kierunkach, korzystając z relacji (transformacja tensora przy obrocie układu współrzędnych)



$$\varepsilon_\alpha = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}\cos 2\alpha + \varepsilon_{xy}\sin 2\alpha$$

* odkształcenia i kierunki główne



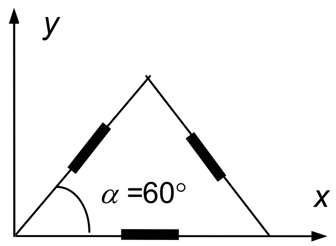
$$\varepsilon_{1,2} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{\left(\varepsilon_x - \varepsilon_y\right)^2 + 4\varepsilon_{xy}^2}$$

$$\tan 2\varphi = -\frac{2\,\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_y - \varepsilon_x}$$

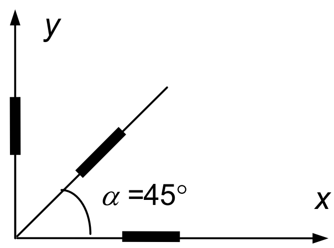
* naprężenia główne

$$\sigma_1 = \frac{E}{1-\nu^2}\left(\varepsilon_1 + \nu\,\varepsilon_2\right) \quad ; \quad \sigma_2 = \frac{E}{1-\nu^2}\left(\varepsilon_2 + \nu\,\varepsilon_1\right)$$

* rozety tensometryczne



typ „delta”



typ prostokątny

<u>Przykład</u> : rozeta prostokątna

$$\varepsilon_0 = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} = \varepsilon_x \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_x = \varepsilon_0$$

$$\varepsilon_{90} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} - \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} = \varepsilon_y \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_y = \varepsilon_{90}$$

$$\varepsilon_{45} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \varepsilon_{xy} \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_{xy} = \varepsilon_{45} - \frac{\varepsilon_0 + \varepsilon_{90}}{2}$$

$$\tan 2\varphi = -\frac{2\,\varepsilon_{45} - \left(\varepsilon_0 + \varepsilon_{90}\right)}{\varepsilon_0 - \varepsilon_{90}}$$